Unterrichtsentwurf

VOLUMENBERECHNUNG VON PRISMEN

[redacted]
PÄDAGOGISCHE HOCHSCHULE KERLSRUHE | BEGEILTVERANSTALTUNG ZUM ISP

1. Sachanalyse

Definition gerade Prismen:

„Bei beiden Körpern geht die Grundfläche in die Deckfläche über durch eine Verschiebung senkrecht zur Grundfläche. Grund- und Deckfläche, beim Prisma zwei Vielecke sind daher parallel und kongruent. Der Mantel besteht beim Prisma aus lauter Rechtecken. Die Mantelflächen stehen senkrecht zur Grundfläche. Der Abstand von Grund- und Deckfläche ist die Höhe h des Körpers."[1]

Definition Volumen:

„Rauminhalt eines Körpers. Er wird angegeben durch eine Maßzahl bez. Einer Volumeneinheit. Eine Volumeneinheit ist z.B. 1cm³, festgelegt durch das Volumen eines Würfels mit der Kantenlänge 1 cm."[2]

Definition des Volumens eines geraden Prismas:

*„Man geht von einem speziellen Prisma, dem Quader, aus. Bei ihm ist die Grundfläche ein Rechteck mit dem Flächeninhalt G= a *b, so dass für das Volumen des Quaders mit der Höhe h=c gilt: V_Q = (a*b)*c = G*h. Folgt man nun der Entwicklung des Flächeninhalts eines Vielecks aus dem eines Rechtecks, so erhält man bei jeder Veränderung der Grundfläche ein zugehöriges Prisma, für dessen Volumen gilt:* ***V_{Pr} = G*h****"* [3]

2. Didaktische Analyse

2.1 Bedeutung nach Klafki

Gegenwartsbedeutung:

Die SuS werden täglich mit Prismen konfrontiert. Seien es Verpackungen von Lebensmittel oder andere Gegenstände. Vor allem das Schätzen und Vergleichen von Rauminhalten ist von elementarer Bedeutung. Beispielsweiße bei der Frage ob eine bestimmte Menge Wasser in einen Rauminhalt eines Körpers passt.

Zukunftsbedeutung:

Volumina von Prismen zu berechnen ist nicht nur Abschlussprüfung relevante Komponenten der Geometrie, sondern auch Vorrausetzung für Ausbildungen im Bereich des Handwerks und der Technik.

Exemplarischer Charakter:

Die Berechnung von Volumina bestimmter Prismen wird in der Schule als Exemplar der geometrischen Körper im Raum behandelt.

Strukturierung der Unterrichtsthematik:

Zuvor wurde die Oberfläche von Prismen berechnet. Die SuS können deshalb Formeln zur Flächenberechnung mit eigenen Worten widergeben. Nachdem die SuS die Figuren in der Ebene berechnet haben, kommt der Wechsel zum Raum mit dem Bezug zu den Prismen. Als Nachfolgende Unterrichtseinheit werden Volumina von Zylindern berechnet.

Zugänglichkeit und Darstellung des Themas:

Durch Bauen und Abwickeln von Körpernetzen kann das räumliche Denken der SuS gefördert werden, was für die Thematik unerlässlich ist um Sachverhalte verstehen zu können. Das Interesse kann mit Alltagsgegenständen geweckt werden. Wo kommen Prismen im Alltag vor und wo sind sie zu finden? Für SuS ist es auch eine gute Erfahrung, wenn sie Prismen Erfühlen und Ertasten dürfen. Mit allen Sinnen lernen wäre hier eine Möglichkeit die Thematik für die SuS interessant zu gestalten.

2.2 Bezug zum Bildungsplan

Der Bildungsplan 2016 für die Sekundarstufe 1 in Baden-Württemberg ordnet die Thematik „Volumenberechnung von Prismen" in die Klassenstufen 7,8 und 9 ein. Sie wird in erster Linie der Leitidee Messen zugeordnet, greift aber auch einen Aspekt der Leitideen Raum und Form, sowie Modellieren auf.

Leitidee Messen:

> *„Die Schülerinnen und Schüler können Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren sowie Oberflächen- und Rauminhalt von Körpern berechnen und von zusammengesetzten Körpern bestimmen. Dabei wenden sie auch Formeln zur Berechnung grundlegender Flächen- und Rauminhalte an. Sie können den Oberflächeninhalt und das Volumen von Prisma, Pyramide, Zylinder berechnen und von daraus zusammengesetzten Körpern bestimmen."*[4]

2.3 Kompetenzerwerb

Fachkompetenz	**Personalkompetenz**
Die Schülerinnen und Schüler können • Die Formel für das Volumen eines Prismas herleiten. • Die Gedanken hinter der Herleitung nachvollziehen. • Volumina berechnen.	Die Schülerinnen und Schüler • können gezeigte Inhalte wiederholen, reflektieren und in eigenen Worten wiedergeben. • notieren ihre Ergebnisse sorgfältig und ergänzen selbstständig fehlende Lösungen. • arbeiten eigenverantwortlich
Sozialkompetenz Die Schülerinnen und Schüler • üben sich durch Partnerarbeit und Präsentation in ihrer Kommunikationsfähigkeit • helfen sich gegenseitig bei Problemstellungen und verhalten sich gegenüber den Lösungsideen anderer fair.	**Methodenkompetenz** Die Schülerinnen und Schüler • arbeiten mit neuen Medien • arbeiten in Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit

3. Methodisch – mediale Umsetzung

Einstieg und Wiederholung

- Lehrperson begrüßt die Schülerinnen und Schüler um damit zu verdeutlichen, dass der Unterricht jetzt beginnt und die Aufmerksamkeit nach vorne gerichtet werden soll.
- Es wird in Kurzform der Inhalt von letzter Stunde wiederholt. Dabei werden Schülerinnen und Schüler willkürlich aufgerufen. Damit verstärkt man die Aufmerksamkeit der Schülerinnen und Schüler, weil jeder als nächstes an der Reihe sein könnte etwas beizutragen.
- Die Wiederholung dient der Überprüfung für die Lehrperson, was vom Inhalt noch bei den Schülerinnen und Schüler hängen geblieben ist.

Hinführung

- Die Lehrperson beginnt mit einer kleinen Schätzrunde, wo die Schülerinnen und Schüler aktiviert werden und jeder von ihnen seine Meinung über die Volumina der Prismen kundtuen kann. Diese Methode motiviert die Schülerinnen und Schüler, weil sie als Gewinner am Ende recht haben wollen. Sehr starke Schülerinnen und Schüler könnten auch schon alleine auf die Idee kommen das Volumen zu berechnen und diesen Wert anzugeben.
- Die Schülerinnen und Schüler sind mit Liter- bzw. Milliliterangaben schon vertraut, weshalb man die Prismen gut mit Wasser befüllen kann.

Erarbeitung

- Die Lehrperson sucht sich einzelne Schülerinnen und Schüler aus, die nach vorne an die Tafel kommen dürfen, um vor der Klasse die Prismen mit Wasser zu befüllen. Bei einzelne Schülerinnen und Schüler wird dabei nochmals das Interesse geweckt.
- Die Veranschaulichung vor der Klasse dient der Überprüfung durch die Schülerinnen und Schüler.

- Wenn der genaue Literstand ermittelt wurde stellt die Lehrperson die Frage, wie man das Volumen leichter bestimmen kann, ohne Körper mit Wasser befüllen zu müssen. Falls ein/e Schüler/in die Antwort schon weiß wird sie/er nach vorne geholt und die Formel soll an die Tafel geschrieben werden. Wenn dies jedoch nicht der Fall sein sollte, wird die Lehrperson den Volumen begriff einführen und einen Merksatz an der Tafel notieren, den die Schülerinnen und Schüler in ihr Heft abschreiben sollen.

Sicherung

- Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten in Einzelarbeit ein Aufgabenblatt zum Stundenthema. Dabei wird Wert daraufgelegt, dass die Schülerinnen und Schüler selbstständig arbeiten oder bei Fragen, Mitschüler gefragt werden. Das Schult sowohl Sozialkompetenzen als auch fachliche.

Korrektur/ Verabschiedung

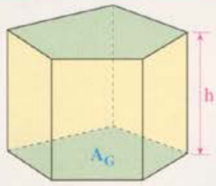
- Die Aufgaben werden gemeinsam im Plenum besprochen. So können Denkfehler korrigiert und Probleme geklärt werden.
- Die Lehrperson verabschiedet sich von den Schülerinnen und Schüler. Wünscht ihnen noch einen schönen Tag und steht noch für Fragen in der Pause zu Verfügung.

Information

Formel für das Volumen des Prismas

Für das **Volumen eines Prismas** mit der Größe A_G der Grundfläche und der Körperhöhe h gilt:

$V_P = A_G \cdot h$



Wiederholung

Umwandlungszahl 1 000

Volumeneinheiten

1 000 mm³ = 1 cm³	1 mm³ = 0,001 cm³	1 cm³ = 1 ml	1 000 ml = 1 *l*
1 000 cm³ = 1 dm³	1 cm³ = 0,001 dm³	1 000 ml = 1 dm³	100 cl = 1 *l*
1 000 dm³ = 1 m³	1 dm³ = 0,001 m³	1 dm³ = 1 *l*	100 *l* = 1 hl

Übungen

Volumen des Quaders (Wiederholung)

6. Ein Pool mit rechteckiger Grundfläche ist 12,5 m lang und 4,5 m breit.

a) Die Wassertiefe ist überall 1,5 m. Wie viel m^3 [*l*] Wasser passen in den Pool?

b) Bei Reinigungsarbeiten wird so viel Wasser abgelassen, dass der Wasserstand nur noch 20 cm beträgt. Wie viel m^3 Wasser sind jetzt noch im Pool? Gib die Wassermenge auch in *l* an.

25 cm ± 0,4 cm bedeutet: Der genaue Wert liegt zwischen 24,6 cm und 25,4 cm

7. Gegeben sind Länge, Breite und Höhe eines Quaders. Gib jeweils das Volumen in cm^3, *l* und m^3 an. Berechne in Teilaufgabe d) auch den Höchstwert und den Mindestwert des Volumens.

a) a = 48 m, b = 52 m, c = 12 m
b) a = 121 m, b = 72 m, c = 44 m
c) a = 12,4 m, b = 4,5 m, c = 2,5 m
d) a = 23 cm ± 0,5 cm, b = 21 cm ± 0,5 cm, c = 15 cm ± 0,5 cm

8. Berechne das Volumen eines Quaders mit den Kantenlängen a, b und c. Achte auf die Maßeinheiten und wandle sie, wenn nötig, um.

a) a = 85 cm, b = 40 cm, c = 22 cm
b) a = 6 dm, b = 15 dm, c = 2,5 dm
c) a = 11 dm, b = 2 m, c = 0,8 m
d) a = 0,7 m, b = 0,4 m, c = 0,2 m
e) a = 8,50 m, b = 3,50 m, c = 7,20 m
f) a = 30 cm, b = 6 dm, c = 1,20 m
g) a = 0,76 m, b = 2,3 dm, c = 32 cm
h) a = 5,2 m, b = 7,6 m, c = 8 dm

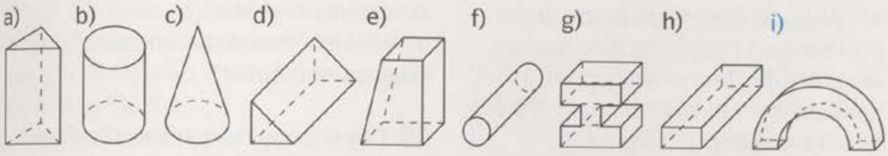
9. Ein quaderförmiges Brett ist 5 mm dick, 12 cm breit und 3 m lang. Berechne das Volumen dieses Bretts.

Prismen und Zylinder nennt man auch **Säulen**. Für alle Säulen gilt:

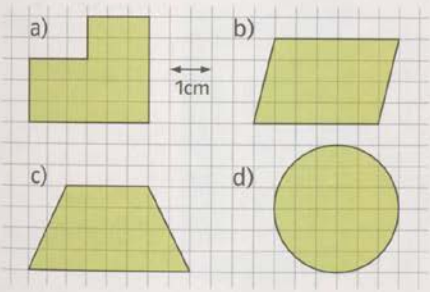
$$\text{Volumen} = \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}$$
$$\mathbf{V = A_G \cdot h}$$

Weiter geht's

→ Welche dieser Körper kannst du mit der oben genannten Formel berechnen? Gib bei diesen die Grundfläche A_G an. Welche Seite ist dann die Höhe h?



1 Die Abbildung zeigt die Grundflächen von verschiedenen Säulen. Sie sind alle 12 cm hoch.



a) Erkennst du ohne genaue Berechnung, welche Säulen das gleiche Volumen haben?
b) Berechne die Rauminhalte.

2 Berechne das Volumen. Skizziere vorher die Grundfläche.
a) Dreieckprismen

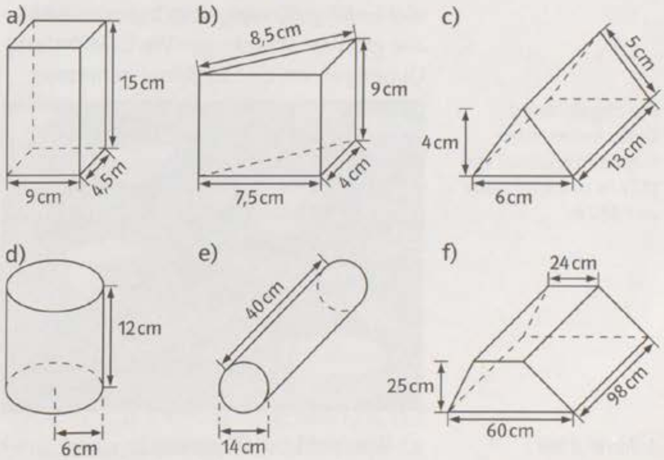
c	h_c	h
7,2 cm	3 cm	5,6 cm
14,4 cm	3 cm	2,8 cm

b) Trapezprismen

a	c	h_a	h
3,5 cm	1,5 cm	2,2 cm	7,5 cm
7 cm	3 cm	1,1 cm	7,5 cm

3 Berechne das Volumen der beiden Zylinder.
(A) r = 4 cm; h = 6 cm
(B) d = 8 cm; h = 3 cm

4 Berechne das Volumen der Säulen.



5 Ein Zylinder hat einen Durchmesser von 6 cm. Seine Höhe beträgt 9 cm.
a) Passt in den Zylinder $\frac{1}{4}$ l Wasser?
b) Wie hoch müsste der Zylinder ungefähr sein, dass ein Liter hineinpasst?
c) Wie viel Liter Wasser passt in einen Zylinder, der einen doppelt so großen Durchmesser und eine doppelt so große Höhe hat?

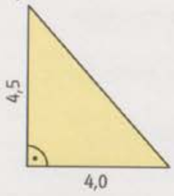
Aufgaben

1 Berechne das Volumen des Prismas.

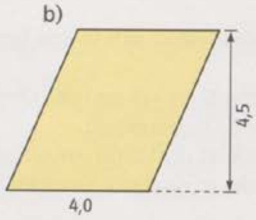
a) $G = 25\,cm^2$; $h = 12\,cm$
b) $G = 35\,dm^2$; $h = 12\,dm$
c) $G = 4{,}2\,cm^2$; $h = 3{,}6\,cm$
d) $G = 15\,m^2$; $h = 4{,}5\,dm$

2 Berechne das Volumen des 14 cm hohen Prismas mit der abgebildeten Grundfläche (Maße in cm).

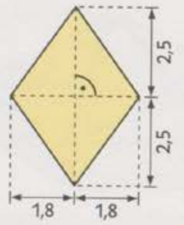
a)



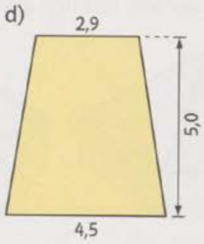
b)



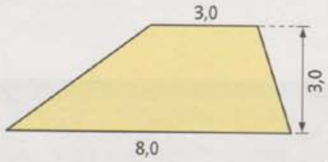
c)



d)



e)



3 Berechne das Volumen des Prismas.

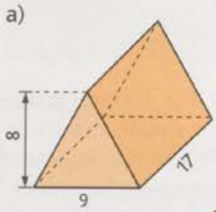
a) Grundfläche: Dreieck mit $c = 8\,cm$ und $h_c = 7\,cm$
Körperhöhe $h = 18\,cm$
b) Grundfläche: rechtwinkliges Dreieck mit $a = 7\,cm$, $b = 5\,cm$, $\gamma = 90°$
Körperhöhe $h = 12\,cm$
c) Grundfläche: Trapez mit $a = 12\,cm$; $c = 8\,cm$; Trapezhöhe $h_T = 6\,cm$
Körperhöhe $h = 25\,cm$
d) Grundfläche: Parallelogramm mit $a = 9\,cm$; Parallelogrammhöhe $h_a = 4{,}5\,cm$
Körperhöhe $h = 12{,}5\,cm$

4 Berechne die fehlende Größe.

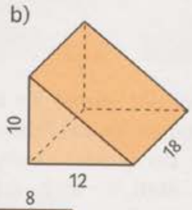
	a)	b)	c)	d)
G	$40\,cm^2$	$3\,dm^2$		
h			$8{,}5\,m$	$16\,mm$
V	$360\,cm^3$	$12\,l$	$510\,m^3$	$720\,mm^3$

5 Berechne das Volumen (Maße in cm).

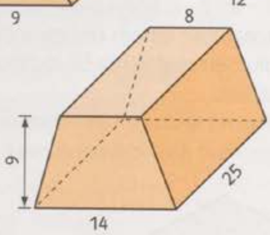
a)



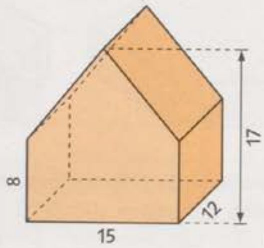
b)



c)

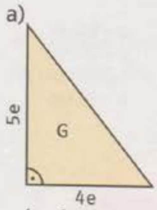


d)



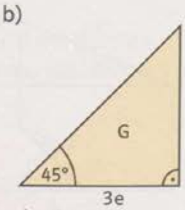
6 Drücke das Volumen V durch e aus.

a)



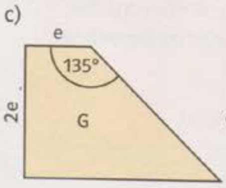
h = 6e

b)



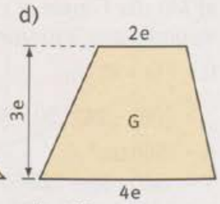
h = 8e

c)



h = 10e

d)



h = 12e

Schnittpunkt Mathematik 4

Abschlussprüfung

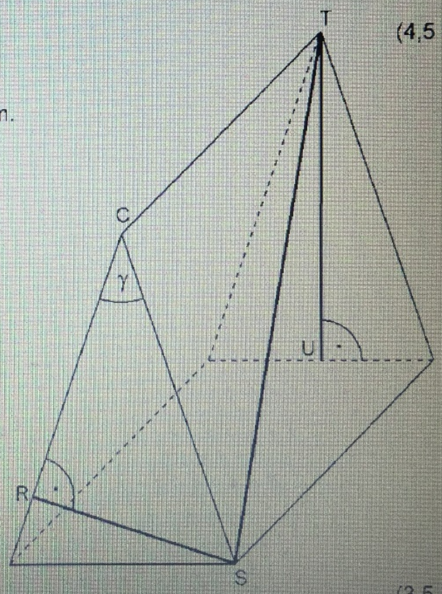
Aufgabe P 3: (4,5 P)

Auf einem gleichschenkligen Dreiecksprisma
liegt der Streckenzug RSTU mit der Länge 23,4 cm.

Es gilt:

$\overline{CS} = 6{,}0$ cm
$\gamma = 38{,}2°$

Berechnen Sie das Volumen des Prismas.



Aufgabe P 4: (3,5 P)